

MEMO                      EV/M03.044  
Datum                     16 januari 2004  
Auteur(s)                Edwin Vollebregt  
Onderwerp                Analyse van instabiliteiten van QAD-openingen

## Documentinformatie

Versie	Auteur	Datum	Opmerkingen	Review
1.0	EV	01-12-2003	Concept rapportage van onderzoek.	BvtH
1.1	EV	18-12-2003	Kleine verbeteringen	
1.2	EV	16-01-2004	Aanpassingen n.a.v. bespreking met M. Elorche	
Bestandslocatie: /v3/E05h_drie_problemen/qad/report				

## Samenvatting

In dit memo wordt verslag gedaan van een onderzoek naar de instabiliteit van het Maasdemomodel bij halvering van de tijdstap. De instabiliteit blijkt te worden veroorzaakt door de instroomrand met automatische debietverdeling (QAD-rand). In de onderzochte situatie wordt het debiet razendsnel van de ene kant naar de andere kant van de opening verplaatst. Dit blijkt inherent te zijn voor de randvoorwaarde zèlf, in plaats van te komen door de integratie in de tijd. De oplossing die is geïmplementeerd bestaat uit het vertragen van aanpassingen aan de verdeling van het debiet. De verdeling wordt niet langer alleen op basis van de actuele stroomtoestand bepaald, maar ook worden de gewichten uit het verleden meegenomen. Er wordt relaxatie gebruikt. Dit blijkt een uitstekende remedie voor het probleem te zijn; zelfs bij een halveringstijd van 10 *sec* voor de gewichten uit het verleden verdwijnt de instabiliteit.

## Inhoudsopgave

Samenvatting	1
1. Inleiding	2
2. Uitschakelen van factoren, het uitgekilde Maasdemo-model	2
3. Uitschakelen van factoren, het Chezy-bak model	3
4. Aard van de instabiliteit	5
5. Verbeteren van de QAD-randvoorwaarde met relaxatie	7
6. Resultaten met de QAD-randvoorwaarde met relaxatie	8
A. Benodigde aanpassingen aan WAQPRE en WAQPRO	8

## 1. Inleiding

Het “Maasdemo”-model is een model van een gedeelte van de Grensmaas in zuid Limburg, van kilometer 14 tot en met 25. Dit model is een WAQUA-schematisatie waarin veel speciale functionaliteiten van WAQUA worden gebruikt: overlaten, droogvallen en onderlopen, een bewegende barrier met dynamische sturing (de stuw Borgharen), een instroomrandvoorwaarde met “automatische debietverdeling” (QAD), en een uitstroomrandvoorwaarde op basis van een QH-tabel (QH). Het model is relatief klein,  $54 \times 196$  punten, waarvan een kleine 10.000 actief.

Het Maasdemo-model wordt normaliter doorgerekend met een tijdstap van 15 seconden. Bij halvering van de tijdstap blijkt er een vervelend artefact te ontstaan. De waterstand op “kilometer 14.00”, nabij de bovenrand van het model (QAD, instroom), vertoont na verloop van tijd een heftige slingering met amplitude 2 meter en periode van minder dan een minuut. Dit probleem is door Martin Scholten bij SIMONA\*B&O aangemeld en heeft meldingsnummer M02051.

Het probleem is in het voorjaar van 2003 onderzocht door Ron van Dijk. Die heeft aangetoond dat het is te omzeilen door de geometrie van het eerste gedeelte van het model aan te passen. Wanneer de bodem in de eerste paar rijen van roosterzellen vlak en diep wordt gemaakt verdwijnt de instabiliteit.

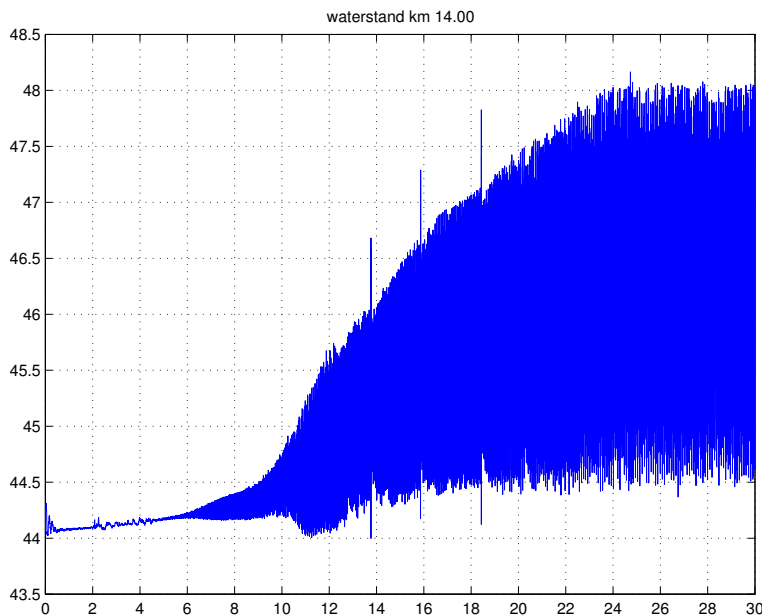
De voorgestelde oplossing heeft als nadelen dat de gebruiker moet ingrijpen in zijn model en dat dit de simulatieresultaten beïnvloedt. Daarbij is het niet goed te voorspellen wanneer het ingrijpen al of niet nodig is, is het lastig bij het maken van uitsnedes uit een groter model, en ondergraven de aanpassingen alle veronderstellingen die aan de basis liggen van de automatische verdeling. Daarom zou een programmatische oplossing de voorkeur verdienen, zodat de QAD-randvoorwaarde gebruikt kan blijven worden zonder aanpassingen aan de geometrie.

In november 2003 is opdracht gegeven aan VORtech Computing om mogelijke programmatische oplossingen te onderzoeken. Dit memo bevat de rapportage van dat onderzoek. Eerst wordt met enkele simulaties de aard van de instabiliteit onderzocht: ligt het aan de schematisatie, de tijdsintegratie, of de randvoorwaarde zelf? Daarna wordt beschreven hoe de tijdsintegratie meer impliciet kan worden gemaakt, al blijkt dat geen oplossing te zijn voor het probleem. Tenslotte wordt de randvoorwaarde zelf onderzocht en licht aangepast om de instabiliteit te verhelpen.

## 2. Uitschakelen van factoren, het uitgekilde Maasdemo-model

De instabiliteit is bij VORtech Computing gereproduceerd met behulp van de DDH+V-versie van WAQUA/TRIWAQ. Er is gekozen om met deze versie te werken omdat onze debug-programmatuur hierop is afgestemd. Ook wordt een eventuele oplossing voor de instabiliteit waarschijnlijk pas in de operationele versie van SIMONA wordt opgenomen wanneer DDH+V al is geoperationaliseerd. Figuur 1 toont de waterstand in checkpoint “14.00” als functie van de tijd.

Een groot aantal factoren is met behulp van extra simulaties met aangepaste invoer uitgesloten als oorzaak van de instabiliteit. Uiteindelijk is er een versie van het Maasdemo-model gemaakt met de volgende eigenschappen:



Figuur 1: Waterstand in checkpoint “14.00” van het Maasdemo-model bij gebruik van halve tijdstap,  $\delta t = 7.5$  sec.

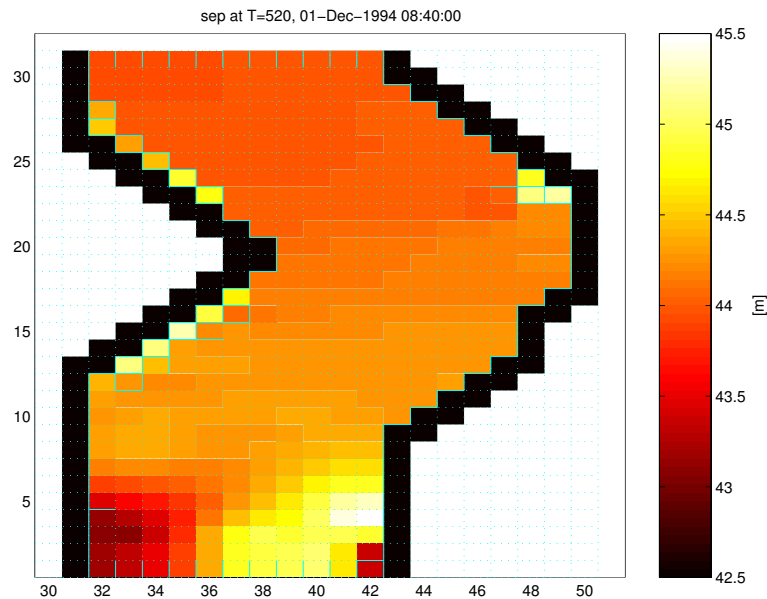
- Het model bevat geen overlaten, geen barriers.
- De zachte randen van het zomerbed van de Maas zijn hard gemaakt door aanpassing van de enclosure. De zijgeulen zijn afgesloten.
- Het is slechts 30 punten lang, de QH-randvoorwaarde is vervangen door een snelheidsrandvoorwaarde met constante snelheid  $v = 1.7$  m/s.
- De iteratienauwkeurigheid is opgehoogd, en de bodemwrijvingscoëfficiënten worden in iedere tijdstap herberekend.

Dit model wordt nog steeds instabiel. Dit is bijvoorbeeld te zien aan de waterstand na 40 minuten simulatie, zie Figuur 2. De initiële toestand die hierbij is gebruikt is die van het hele Maasdemo-model met halve tijdstap na 6 uur simulatie.

### 3. Uitschakelen van factoren, het Chezy-bak model

Om meer factoren met betrekking tot de geometrie van het model te kunnen uitsluiten is een recht kanaal gemaakt met vergelijkbare afmetingen als het uitgekilde Maasdemo-model. Het probleem dat is gebruikt is de Chezy-stroming: een kanaal met constante helling en constant debiet. De analytische oplossing hiervan is bekend, en bestaat uit de zogenaamde evenwichtsdiepte  $H_{ev}$ :

$$H_{ev} = \sqrt[3]{q^2 / (C^2 \cdot ib)} \quad (1)$$



Figuur 2: Waterstand in het uitgeklede Maasdemo-model na 40 minuten simulatie.

Hierin is  $q$  het debiet per eenheid van breedte,  $C$  de Chezy-coëfficiënt en  $ib$  de helling van de waterstand.

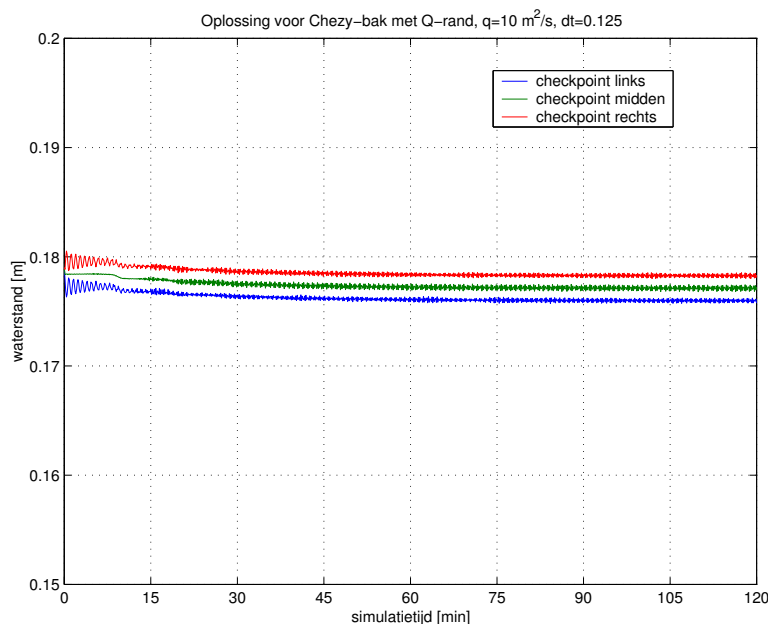
De parameters die in de Chezy-bak zijn gebruikt zijn:

- Rooster van  $13 \times 31$  punten, roosterafstanden respectievelijk 15 en 70 meter in  $x$ - en  $y$ -richtingen. Het kanaal is 11 cellen breed ( $165\text{ m}$ ) en tussen de open randen op  $n = 1$  en  $n = 31$  is het 30 cellen lang ( $2100\text{ m}$ ).
- Bodemhelling  $ib = 0.0001\text{ m/m}$ , rij 31 ligt  $21\text{ cm}$  lager dan rij 1 van het model.
- Chezy-coëfficiënt  $C = 65\text{ m}^{1/2}/\text{s}$ .
- Het debiet op de instroomrand  $n = 1$  is  $q = 10\text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ . Dit wordt opgegeven met  $Q = 150\text{ m}^3/\text{s}$  per cel (debietrandvoorwaarde) of  $Q = 1650\text{ m}^3/\text{s}$  voor de hele opening (QAD).

Deze parameters geven een evenwichtsdiepte  $H_{ev} = 6.186\text{ m}$  en bijbehorende stroomsnelheid  $v = 1.617\text{ m/s}$ . Deze waarden zijn gebruikt voor het opgeven van de initiële toestand en de uitstroomrandvoorwaarde (waterstand opgelegd).

Wanneer voor de instroomrand van de Chezy-bak een debietrandvoorwaarde wordt gebruikt dan wordt de verwachte oplossing verkregen. Deze wordt getoond in Figuur 3. De waterstand zakt licht ( $1\text{ mm}$ ) ten opzichte van de beginvoorwaarde, verder ontstaat er een verhang van enkele  $\text{mm}$  in de dwarsrichting van het kanaal. Dit laatste komt door het Coriolis-effect, verdwijnt wanneer het kanaal op de evenaar wordt gelegd.

Wanneer er echter een QAD-rand wordt gebruikt, dan wordt de oplossing instabiel. Dit wordt getoond in Figuur 4. Merk op dat deze instabiliteit heel verrassend is omdat er van een



Figuur 3: *Tijdsree van waterstanden links, midden en rechts bij de instroomrand in de Chezy-bak bij gebruik van de Q-randvoorwaarde. Let op de schaal van de y-as: de waterstand is vrijwel constant.*

vlakke bodem wordt uitgegaan. In het begin van de tijdsree in Figuur 4 is een artefact te zien, een inschakeleffect. Dit blijkt te worden veroorzaakt door het niet correct verwerken van de opgegeven initiële  $v$ -snelheden door WAQPRE. Dit is verholpen door een kleine correctie te maken in subroutine `wap0s5.f`. Daarmee verdwijnt wel het inschakeleffect, maar niet de instabiliteit van dit model. Figuur 3 is met de gecorrigeerde code gemaakt.

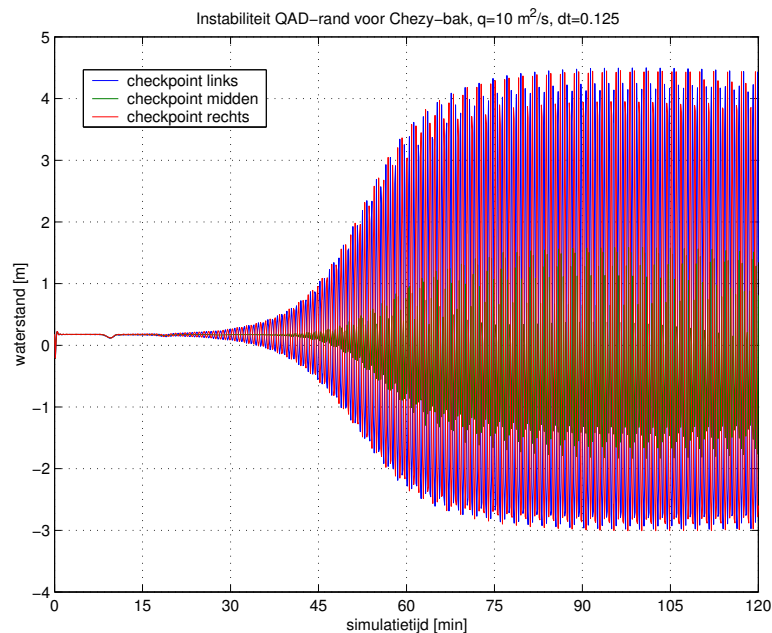
#### 4. Aard van de instabiliteit

Met de hierboven besproken experimenten is aangetoond dat de instabiliteit niet wordt veroorzaakt door een onregelmatige geometrie of interacties met andere WAQUA-functionaliteit. De enige oorzaak is de QAD-randvoorwaarde zelf. Deze kan blijkbaar zelfs in het zeer regelmatige Chezy-probleem, met een vlakke bodem in de dwarsrichting van het kanaal, leiden tot instabiliteit van een model.

In een volgende serie van simulaties is met de tijdstap gevarieerd. Wanneer de tijdstap groot genoeg wordt genomen, voor het huidige rooster en tijdstap groter dan  $0.20 \text{ min}$ , blijft de simulatie stabiel. Er is dan geen noemenswaardige slingering te zien in de tijdsree van waterstanden nabij de QAD-rand in de eerste twee uur van de simulatie.

Bij kleinere tijdstappen ontstaat er een slingering. De grootte hiervan blijkt afhankelijk te zijn van de tijdstap die wordt gebruikt. Na twee uur simulatie is de amplitude maximaal  $4.3 \text{ m}$  bij  $\delta t = 0.150 \text{ min}$ , en neemt ze af via  $2.4 \text{ m}$  bij  $\delta t = 0.05 \text{ min}$  tot  $0.4 \text{ m}$  bij  $\delta t = 0.005 \text{ min}$ .

Uit het variëren van de amplitude met de tijdstap volgt dat de tijdsintegratiemethode invloed heeft op het ontstaan van het probleem. Maar een verrassend effect is dat de periode



Figuur 4: *Tijdsreeksen van waterstanden links, midden en rechts bij de instroomrand in de Chezy-bak bij gebruik van de QAD-randvoorwaarde.*

van de slingering voor kleine tijdstappen nagenoeg een constante is. Bij een tijdstap van  $\delta t = 0.025$  is ze zo'n 0.7 sec. Merk op dat deze frequentie bij deze tijdstap goed wordt opgelost (28 samples per periode). Ook is de periode veel kleiner dan voor een dwarschommeling wordt verwacht:  $2B/\sqrt{gH} = 42 \text{ sec}$ , met  $B$  de breedte van het kanaal. Op basis hiervan veronderstellen we dat ook de randvoorwaarde zelf bijdraagt aan de instabiliteit.

De invloed van de tijdsintegratiemethode is verder onderzocht met een specifieke aanpassing van WAQUA voor het huidige probleem. Daarbij wordt het totale debiet in iedere iteratie van de solver opnieuw over de betrokken cellen verdeeld. Dit betreft de iteratieve procedure voor de continuïteitsvergelijking in subroutine `wassuc`. De verdeling van het debiet convergeert snel naar een vaste waarde, en is dan volgens een impliciete methode in de tijd bepaald.

Deze alternatieve tijdsintegratiemethode heeft weinig effect op het ontstaan en de aard van de instabiliteit.

Een mogelijk onderliggend mechanisme is als volgt. Een kleine verstoring  $+\delta q$  van het debiet op de rand  $n = 1$  versterkt zichzelf, want zorgt voor opstuwning (toename van de waterstand) en daarmee tot een grotere weegfactor. De toename van de waterstand komt doordat de waterbeweging traag reageert, het model heeft zijn eigen mening over hoeveel water het wil afvoeren op  $n = 2$ . Tegelijkertijd gaat een verstoring  $+\delta q$  op een punt van de opening gepaard met tegengestelde verstoringen op andere punten van de rand. De som van verstoringen ten opzichte van een stationaire oplossing moet namelijk 0 zijn, anders verandert het totale debiet. In een kanaal van twee cellen breed gaat een verstoring van  $+\delta q$  in het ene randpunt gepaard met  $-\delta q$  in het andere punt. Ook negatieve verstoringen versterken

zichzelf; leiden tot afname van de waterstand alsmede van de weegfactor die daaruit volgt. Merk op dat hier *oneindig snelle informatieoverdracht* plaats vindt. Toename van het debiet aan de ene kant van de opening leidt direct tot afname aan de andere kant.

De ontstane variatie in de waterstand leidt tot een verhang in de dwarsrichting en brengt daarmee een dwarsstroming op gang. Dit duurt even, want de traagheid moet worden overwonnen. Maar zodra de dwarsstroming goed en wel werkt overwint ze op een gegeven moment de debietverdeling. De oorspronkelijke verstoring  $\delta q$  wordt ongedaan gemaakt, en door traagheid keert het proces zich om.

Een uitleg die hierbij aansluit is dat de QAD-randvoorwaarde in het niet-gediscretiseerde ondiepwaterprobleem hoog-frequente instabiele modes introduceert. Zolang de tijdstap die in de simulatie wordt gebruikt groot genoeg is kunnen deze modes niet in de oplossing worden gerepresenteerd.

Een mogelijke richting voor verder onderzoek is om te bepalen hoe de instabiliteit afhangt van de karakteristieken van het probleem. Wordt de instabiliteit erger als het kanaal breder of dieper is of als het harder stroomt? En verandert hiermee de periode die zichtbaar is in de instabiliteit? Dit kan worden onderzocht door middel van experimenten en met een analytische aanpak. Bijvoorbeeld via linearisatie en met Fourier-analyse. Het gebruikte testkanaal lijkt hiervoor goed geschikt. De waarde van deze inzichten is echter relatief gering, vooral vanwege de goede resultaten die met een pragmatische aanpak op basis van relaxatie zijn bereikt.

## 5. Verbeteren van de QAD-randvoorwaarde met relaxatie

De oplossing die is gevonden voor het verhelpen van de instabiliteit is om de aanpassing van de debietverdeling minder snel te laten gaan. De gedachte is dat hoog-frequentie modes hiermee worden tegengegaan. Er zijn verschillende manieren van relaxeren geprobeerd. Uiteindelijk is het volgende schema geïmplementeerd:

$$W(m, t') = \alpha W(m, t) + (1 - \alpha) \frac{W_{loc}(m, t')}{W_{tot}(t')} \quad (2)$$

Hierin is  $W_{loc}(m, t')$  de actuele lokale waarde op basis waarvan het debiet wordt verdeeld, en is  $W_{tot}(t')$  de som van deze waardes over de hele opening. Dus de weegfactor voor punt  $m$  zou  $W_{loc}(m, t')/W_{tot}(t')$  zijn als er niet wordt gerelaxeerd. Maar in plaats van deze waarde te gebruiken wordt ook de waarde van de vorige tijdstap  $W(m, t)$  toegepast. Het getal  $\alpha$  is de relaxatiefactor. Wanneer  $\alpha = 0$  dan wordt er niet gerelaxeerd.

Om de relaxatiefactor op te kunnen geven is een uitbreiding aan de simulatieinvoerfile gemaakt. Per opening kan de WGHTHALFTIME  $t_{half}$  worden gespecificeerd. Dit is de tijd in minuten waarin een initiële set gewichten tot de helft wordt gereduceerd. Daarbij geldt:

$$\alpha = \exp(-\log(2) \cdot \delta t / (120 \cdot t_{half})) \quad (3)$$

Als bijvoorbeeld  $60 \cdot t_{half}$  gelijk is aan  $\delta t/2$  (in seconden), dan is  $\alpha = \exp(-\log(2)) = 0.5$  en worden de gewichten iedere halve tijdstap tot de helft gereduceerd.

Twee speciale aandachtspunten bij dit schema zijn als volgt.

1. In de eerste halve tijdstap zijn er nog geen gewichten bekend en moet er niet worden gerelaxeerd.
2. Er moet speciale aandacht aan het droogvallen van randpunten worden besteed.

Voor het laatste punt is er voor gekozen om voor droge punten formule (2) toe te passen met  $W_{loc}(m, t') = 0$ . Dat betekent dat de weegfactor voor droge punten langzaam naar nul convergeert, al wordt het debiet voor deze punten wel direct op nul gezet. In de eerste tijdstappen nadat het punt is drooggevallen wordt het totale debiet dus niet volledig over de opening verdeeld. De motivatie voor deze keuze is dat ze gemakkelijk te doorgronden en programmeren is, en dat de debieten in natte punten van de rand minder plotseling worden aangepast. In praktijk lijkt dit niet belangrijk te zijn omdat er met bijna droge punten weinig debiet zal zijn gemoeid.

## 6. Resultaten met de QAD-randvoorwaarde met relaxatie

Er zijn diverse experimenten uitgevoerd met de aangepaste randvoorwaarde. De instabiliteiten van het Chezy-bak model en het Maasdemo-model kunnen hiermee prima worden onderdrukt.

Voor het Chezy-bak model is voor verschillende tijdstappen de kleinste  $t_{half}$  bepaald waarmee de simulatie zich netjes gedraagt. Dit neemt toe van  $t_{half} = 3.5 \text{ sec}$  bij  $\delta t = 0.15 \text{ min}$  tot  $t_{half} = 9 \text{ sec}$  bij  $\delta t = 0.01 \text{ min}$ . Dit is niet verrassend. In paragraaf 4. bleek al dat de instabiliteit aan de tijdstap was gerelateerd.

De halveringstijd voor de gewichten blijkt slechts vrij beperkt te moeten zijn: voor het Maasdemo-model met halve tijdstap  $\delta t = 0.125 \text{ min}$  is  $t_{half} = 5 \text{ sec}$  groot genoeg. Dit wordt geïllustreerd in Figuur 5, waarin de tijdserie voor checkpoint "14.00" van het Maasdemo-model met halve tijdstap  $\delta t = 0.125 \text{ min}$  en relaxatietijd  $t_{half} = 5 \text{ sec}$  naast de tijdserie voor het oorspronkelijke model met tijdstap  $\delta t = 0.25 \text{ min}$  wordt gezet. De resultaten komen kwalitatief goed overeen, en van het ontstaan van de instabiliteit is niets meer te zien.

### A. Benodigde aanpassingen aan WAQPRE en WAQPRO

De benodigde aanpassingen voor het opnemen van de hierboven beschreven relaxatie voor QAD-randen in de operationele versie van WAQUA/TRIWAQ zijn als volgt:

waquaref.tab - toevoeging optie WGHThALFTIME in sectie 5,2,3,1,1

wap0s5.f - correctie van initiele stroomsnelheden in arrays UP en VP

wapf01.f - toevoeging van extra level aan array FORCINGS\_FLOW

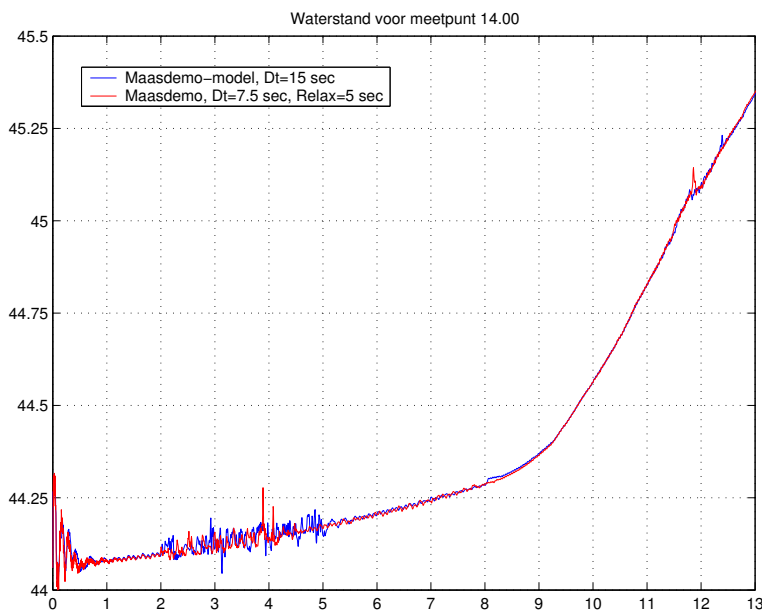
wapf03.f - aanmaken van array FORCINGS\_FLOW\_RLXTIM, vullen m.b.v. wap173

wap173.f - nieuwe routine voor het inlezen van optie WGHThALFTIME en vullen van array FORCINGS\_FLOW\_RLXTIM

wapwrt.f - kleine wijzigingen aan het commentaar

awasin.i - toevoeging van SDS-array FORCINGS\_FLOW\_RLXTIM op positie 37,2





Figuur 5: Waterstand in checkpoint “14.00” van het Maasdemo-model voor de oorspronkelijke tijdstap, en voor halve tijdstap met relaxatietijd  $t_{half} = 5$  sec.

en van werkkarray WGHQAD op positie 36,2.

```

wasfgd.f - aanmaken van array wghqad, aanpassing van call wasosv
wasfqa.f - toevoeging van arrays wghqad, rlxtim, toevoeging relaxatie
wasgsl.f - initialisatie van intgda(37,2)
wasosv.f - toevoeging van array wghqad, aanpassing call wasfqa
wassff.f - aanpassing van call wasfqa: wghqad, rlxtim

```

In het kader van dit onderzoek zijn er nog geen aanpassingen aan de documentatie gemaakt. De benodigde aanpassingen zijn het beschrijven van WGHTHALFTIME in de User's Guide WAQPRE en het beschrijven van de methode in het General gedeelte van de User's Guide WAQUA.