

Postbus 260
2600 AG DELFT
tel. 015-285 0125
fax. 015-285 0126
vortech@vortech.nl

MEMO 2008/M08.041
Datum 05-06-2008
Auteur(s) Bas van 't Hof
Onderwerp Berekening bodemschuifspanning uit SDS-resultaten

Documentinformatie

Versie	Auteur	Datum	Opmerkingen	Review
0.1	BvtH	05-06-2008	Concept	
Bestandslocatie:		/home/vortech/Memos		

1 Inleiding

In het kader van melding m347674 van het contract RKZ-1629 wordt in dit memo uitgelegd hoe de wrijvingsspanning op de bodem kan worden berekend uit de resultaten die in de SDS-file staan.

In WAQUA worden verscheidene modellen voor bodemwrijving aangeboden. Bij de meeste hiervan worden vewerkt met behulp van het array `czu`, dat op de SDS-file komt te staan.

De feitelijke wrijvingsspanning van de wrijving (kracht per oppervlakte, in $[N/m^2]$) staat echter niet op de SDS-file. Deze kan worden berekend uit de gegevens die wel in de uitvoer staan, maar daarvoor is een formule nodig.

2 Verschillende bodemwrijvingsmodellen

In het rekenhart van WAQUA, zoals in de routine `trscue`, worden verschillende methoden gebruikt om de bodemwrijving te berekenen:

- In `trscue`:
 - Lineair bodemwrijvingsmodel:
een speciale faciliteit die wordt aangeboden speciaal voor het berekenen van steady-state Kalman filters voor modellen waarin het water stil staat.
Dit model wordt niet veel gebruikt.
 - Standaard bodemwrijvingsmodel, waarbij het array `czu` wordt gebruikt in de modellering van de bodemwrijving.

- (Nieuw) 3D-bodemwrijvingsmodel:
 Dit model wordt alleen gebruikt wanneer het keyword HYDRODYNAMIC in de `siminp`-file wordt opgegeven. Het is een beetje een ingewikkeld bodemwrijvingsmodel, dus laat ik het verder buiten beschouwing.

Aangezien het standaardmodel verreweg het meeste wordt gebruikt, richt ik me in dit memo op die methode.

3 Bepaling van de wrijvingsspanning aan de hand van het rekenhart

In de routine `trscue` komt de volgende berekening voor:

$$\text{bbk}_{k_{\max}} = \theta \frac{|\mathbf{u}\mathbf{v}_{k_{\max}}| \text{czu}}{\text{hkuh}_{k_{\max}}} \quad (1)$$

Uit deze berekening kan worden afgelezen dat bodemwrijving alleen in de impulsvergelijking in de onderste laag wordt verrekend.

De opgestelde (discrete) impulsvergelijking is een benadering van de impulsvergelijking in de continue tijd. De bodemwrijvingsterm komt in deze impulsvergelijking op de volgende manier voor:

$$\frac{\partial \mathbf{u}_{k_{\max}}}{\partial t} = \dots - 2 \frac{\text{czu}}{\delta t} \frac{|\mathbf{u}\mathbf{v}_{k_{\max}}|}{\text{hkuh}_{k_{\max}}} \mathbf{u}_{k_{\max}} \quad (2)$$

Het gaat hier om de beschrijving van de verandering in de stroomsnelheid: een *versnelling* dus. De vergelijking moet worden vermenigvuldigd met de laagdikte en de soortelijke massa om een *kracht per oppervlakte* te zijn. Deze impulsvergelijking is de volgende:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_w \mathbf{u}_{k_{\max}} \text{hkuh}_{k_{\max}} = \dots - 2 \rho_w \frac{\text{czu}}{\delta t} |\mathbf{u}\mathbf{v}_{k_{\max}}| \mathbf{u}_{k_{\max}}. \quad (3)$$

Het rechterlid is de wrijvingsspanning:

$$\vec{\tau}_{\text{bottom}} = 2 \rho_w \frac{\text{czu}}{\delta t} |(\mathbf{u}, \mathbf{v})_{k_{\max}}| (\mathbf{u}, \mathbf{v})_{k_{\max}} \quad [N/m^2]. \quad (4)$$

De wrijvingsspanning kan dus op de volgende manier worden berekend uit de simulatieresultaten:

1. *destagger* de stroomsnelheden in de onderste laag van u- en v-punten naar waterstandspunten;
2. *destagger* de `czu` en `czv` van u- en v-punten naar `cz` op waterstandspunten;
3. Bereken de norm $\text{umod} := |(u_{k_{\max}}, v_{k_{\max}})| = \sqrt{u_{k_{\max}}^2 + v_{k_{\max}}^2}$ van de stroomsterkte op de bodem; waterstandspunten;

4. Zoek de soortelijke dichtheid ρ_w van water op (of neem $1000\text{kg}/\text{m}^3$).
5. Zoek de tijdstap `tstep` op
6. Bereken de wrijvingsspanning: $\vec{\tau} := 2\rho_w (u_{kmax}, v_{kmax}) \text{ umod } cz / (60 * \text{tstep})$

De velden die het programma `sds2mat` wegschrijft, zijn alle reeds gedestaggerd.

4 Vergelijking van de voorgestelde berekening met de documentatie

Wanneer deze bevinding wordt vergeleken met de documentatie, vinden we de volgende beschrijving van `czu` in het bestand `LDS FLOW`:

`CZU`: dimensioned single real (MNMAXK) chezy-at-u in computational points

`CZV`: dimensioned single real (MNMAXK) chezy-at-v in computational points

Remark: `CZU` and `CZV` do not contain the real Chezy-values, but

$$\text{AG} * \text{DTSEC} / (2 * \text{C2}) \text{ whereby: } \text{DTSEC} = \text{DTMIN} * 60.$$

In termen van de coëfficiënt `C2` wordt de wrijvingsspanning dus gegeven door

$$\vec{\tau}_{bottom} = \frac{\rho_w \text{AG}}{\text{C2}} |(\mathbf{u}, \mathbf{v})_{kmax}| (\mathbf{u}, \mathbf{v})_{kmax} \quad [N/m^2]. \quad (5)$$

Dit komt precies overeen met vergelijking (6.2.1) uit de technische documentatie van `WAQUA`:

$$|\vec{\tau}_{bottom}| = \frac{\rho_0 g}{C_{2D}^2} |\vec{U}|^2,$$

als we er tenminste vanuit gaan dat de in `LDS FLOW` genoemde `C2` gelijk is aan de in de technische documentatie genoemde C_{2D}^2 .

De in dit memo voorgestelde berekening komt ook precies overeen met formule (7.33) uit de technische documentatie van `TRIWAQ` (simona1999-01):

$$\vec{\tau}_{bottom} = \frac{\rho g}{C_{3D}^2} |\mathbf{u}_K| \mathbf{u}_K,$$

als we er tenminste vanuit gaan dat de in `LDS FLOW` genoemde `C2` gelijk is aan de in de technische documentatie genoemde C_{3D}^2 .

5 Gebruik van de wrijvingsspanning in verdere berekeningen

Met behulp van dit memo kan worden berekend welke wrijvingsspanning in `WAQUA` is gebruikt om de impulsverliezen ten gevolge van bodemwrijving te verrekenen.

Wanneer deze wrijvingsspanning wordt gebruikt voor andere doelen, zoals voor het verrekennen van erosie aan de bodem, dan moeten ook andere termen worden beschouwd. Over de berekening van de effecten van bodemwrijving op de bodem is meer informatie te vinden in [1].

6 Berekening van de bodemwrijving uit de invoer voor het Chezy-model

In de invoer kan het Chezy-model worden gespecificeerd door de waarde 'Chezy' toe te kennen aan het keyword FORMULA van het hoofdstuk FRICTION. Vervolgens kan men onder de keywords UDIREC en VDIREC de waarde van de Chézy parameter opgeven.

De opgegeven waarden worden opgeslagen in het array COEFF FLOW CMAN. Deze waarden zijn de zogenaamde *tweedimensionale* Chézy parameters C_{2D} . De driedimensionale Chézy parameters worden berekend volgens de volgende methode:

- In modellen met één laag:

$$C_{3D} = C_{2D} \quad (6)$$

- In modellen met constante verticale eddy-viscosity:

$$C_{3D} = 1.5 C_{2D} \frac{hku_{kmax}}{hu} \quad (7)$$

Dit is precies formule (7.48) uit TRIWAQ's Technische Documentatie.

- In modellen met parabolisch variërende verticale eddy-viscosity:

$$C_{3D} = C_{2D} + \frac{\sqrt{g}}{\text{vonkar}} \log \left(\frac{hku_{kmax}}{hu} \right) \quad (8)$$

Dit is precies formule (7.43) uit TRIWAQ's Technische Documentatie.